



Departamento de Matemáticas
Puras y aplicadas
Enero-Marzo 2022

Nombre:
Carnet:

Sección:

MA1111 - Matemáticas I
1er. Examen Parcial (30 %)

1 (1 pto c/u) Diga y explique cuales de las sgtes. afirmaciones es verdadera o falsa como enunciado matemático:

- (a) Si $a, b, c \in \mathbb{R}$ son arbitrarios y cumplen con $ab^2 = ac^2$, entonces $b = c$.
- (b) Si f está definida por $f(x) = \sqrt{-x^2}$, entonces el dominio de f consta solamente de un punto.

2 (6 puntos) Dos puntos A y B sobre la parábola $y = f(x) = x^2$ tienen la forma $A = (-a, a^2)$ y $B = (b, b^2)$, para a, b positivos. Al graficar luego la parábola (conteniendo dichos puntos A,B) $y = g(x) = x^2 - 4$, se generan los puntos $A' = (-a, 5)$ y $B' = (b, -3)$. Hallar los valores de a y b , y construir luego la circunferencia cuyo diámetro es el segmento $\overline{A'B'}$.

3 (6 pto) Resolver la desigualdad

$$\frac{x + |2x - 3|}{|x - 1|} \leq 2,$$

dando la solución en forma de unión o intersección de intervalos.

4 (6 pto) Sean f , g y h definidas por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & , \quad x > 0 \\ x & , \quad x \leq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & , \quad x < 0 \end{cases}, \quad y \quad h(x) = -\frac{1}{|x|} \text{ si } x \neq 0$$

Determinar la fórmula explícita de la función $(f \circ (g \cdot h))(x) = f(g(x)h(x))$ y esbozar su gráfico.

5 (10 pto) Sean $f : [A, B] \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : [a, b] \rightarrow [A, B]$ funciones, con g invertible en todo $[a, b]$.

(a) Si $h(x) = f(g(x))$, demostrar que $f(y) = h(g^{-1})$.

(b) Si

$$f\left(\frac{5x+3}{2}\right) = \begin{cases} \sqrt{\frac{5x-1}{2}} & , x \geq \frac{1}{5} \\ \frac{1}{(1-5x)^2} & , x < \frac{1}{5} \end{cases}$$

hallar la fórmula explícita de $f(x)$ (Sugerencia: si $g(x) = \frac{5x+3}{2}$, hallar su inversa, y usar (a)).